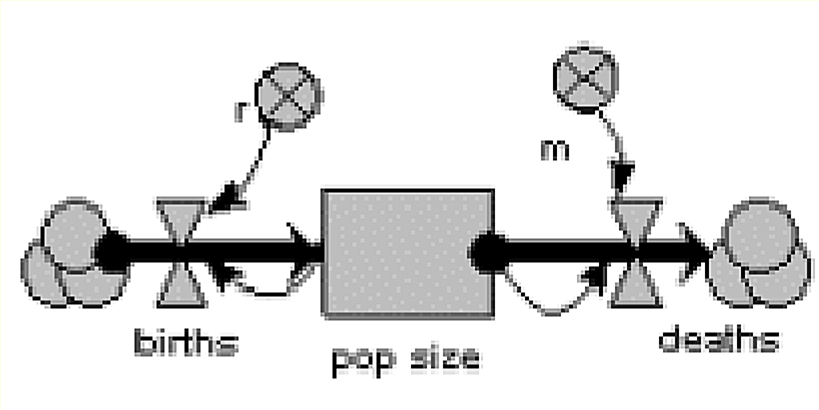
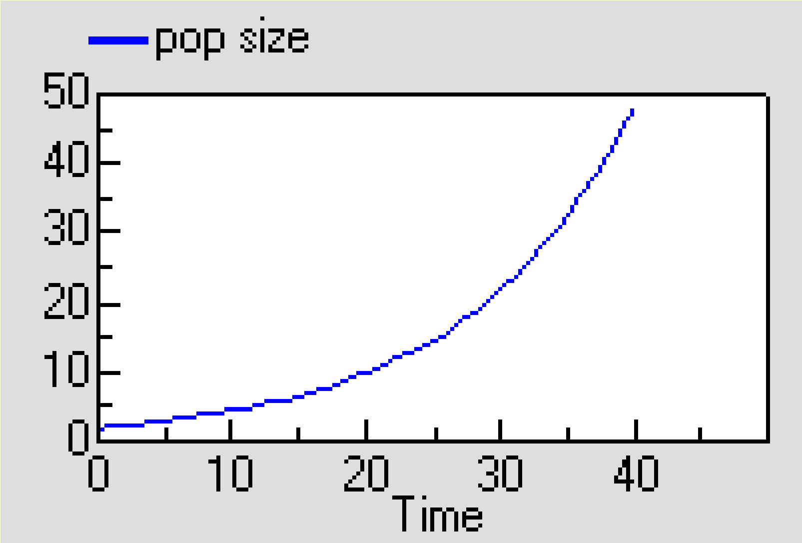
Modelos clàssicos da dinâmica populacional

Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

Crescimento exponencial

A população é representada por uma única variavel de estado (compartimento), cuja dinâmica depende de dois fluxos: reprodução (entrada) e mortalidade (saída). Ambos apresentam uma taxa proporcional ao tamanho da população.

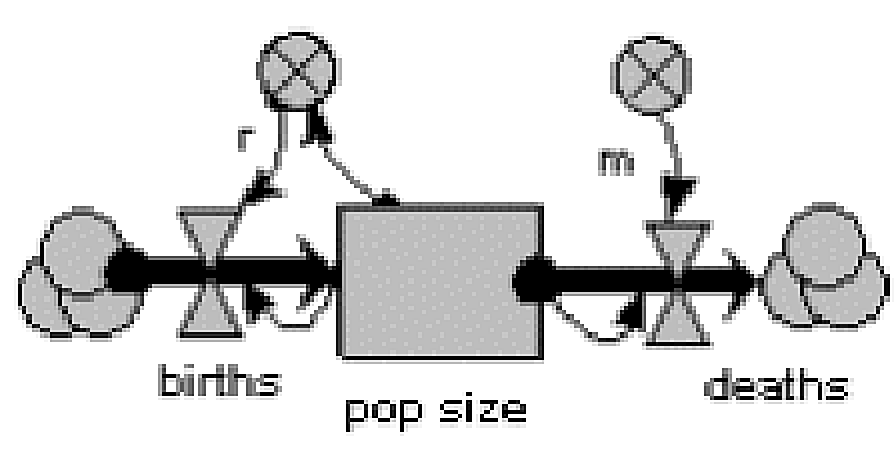


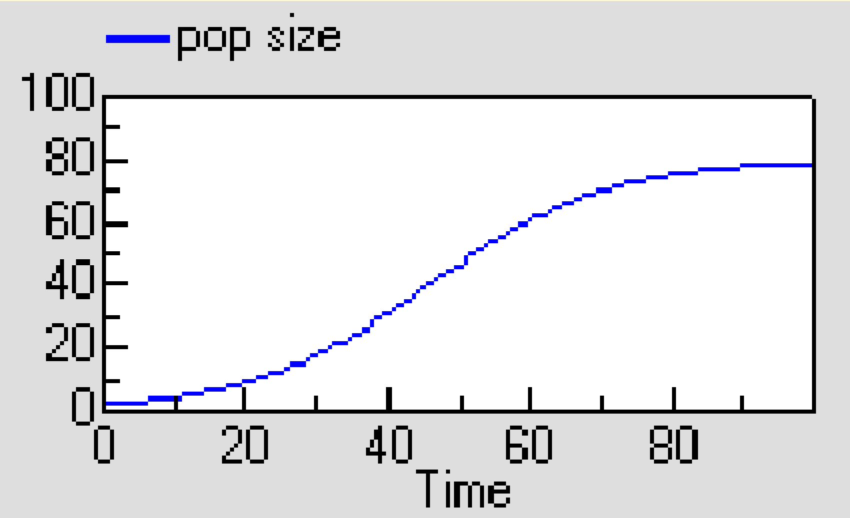


Crescimento logístico (density-dependent)

O modelo anterior é modificado, fazendo-se a taxa de reprodução por indivíduo depender do tamanho da população, diminuindo enquanto a população aumenta.

Isso faz com que o crescimento da população seja exponencial no inicio. Conforme a população aumenta a taxa de reprodução diminui, chegando a zero quando a população atinge a “carrying capacity".





Crescimento Logístico

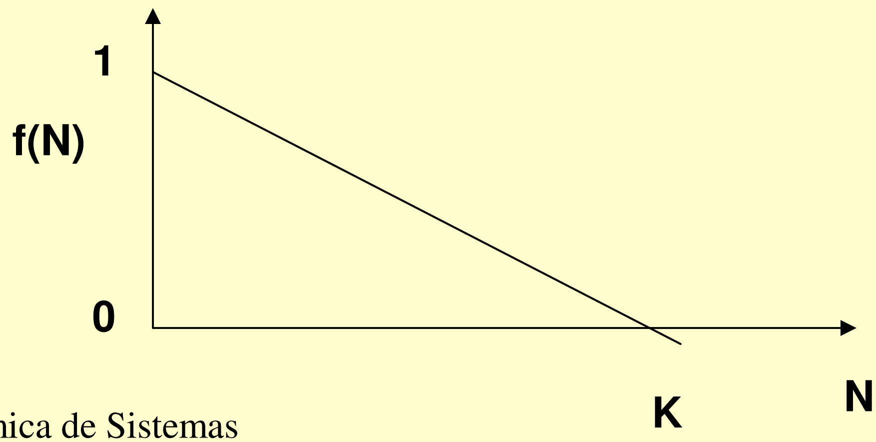
N(t+dt) = N(t) + dt * [r * N(t)]

O crescimento logístico pressupões que o crescimento é máximo (r*N) quando a população é minima (0) e é zero quando a população atinge o valor máximo

N(t+dt) = N(t) + dt * [r * N(t)] * [f(N)]

Se K representar o valor máximo que a população pode atingir:

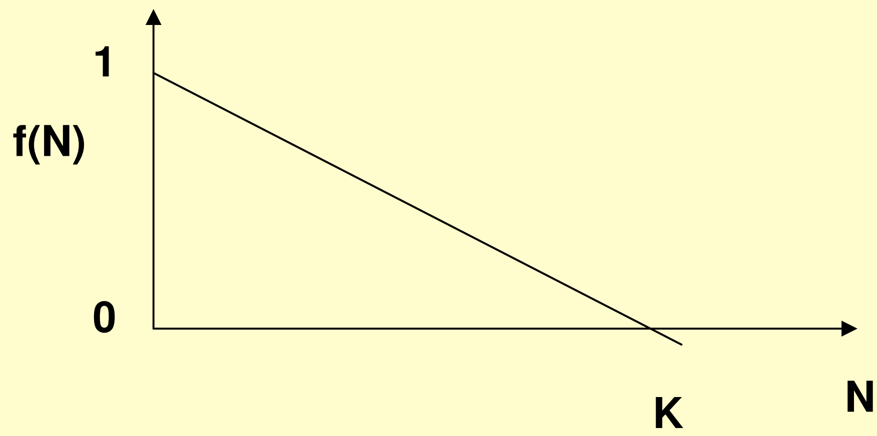
f(N) = 1 quando N=0
f(N) = 0 quando N=K



Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

Assim, f(N) é:

$$F(N) = \frac{K - N}{K}$$



f(N) = 1 quando N=0

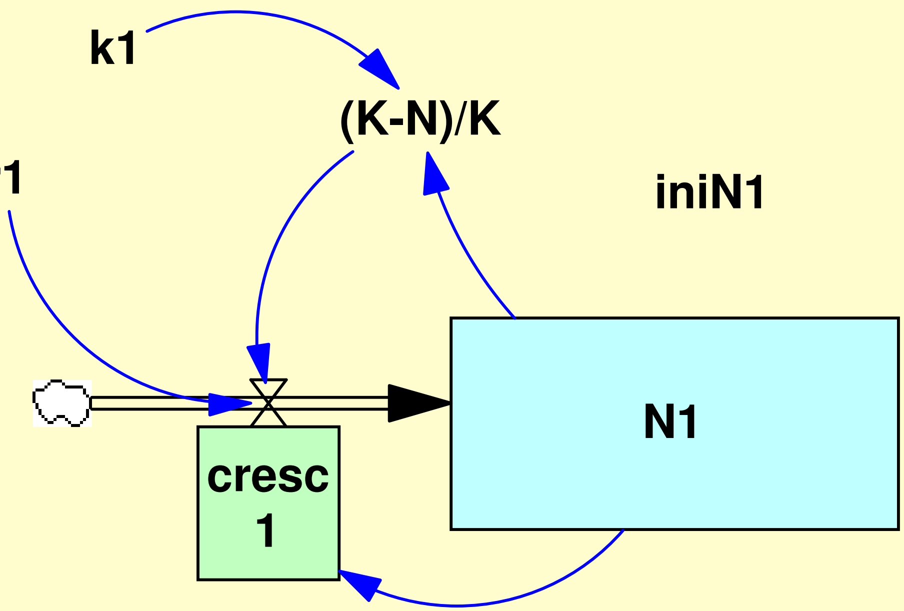
f(N) = 0 quando N=K

$$N(t+dt) = N(t) + dt * [\ r * N(t)] * [f(N)]$$

$$N(t+dt) = N(t) + dt * [\ r * N(t)] * \left[\frac{K - N(t)}{K} \right]$$

Crescimento Logístico

$$N(t+dt) = N(t) + dt * [\, r * N(t)] * [\, \frac{K - N(t)}{K} \,]$$



Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

Em termos de entradas e saidas do compartimento

$$N(t+dt) = N(t) + dt * [r * N(t)] * [\frac{K - N(t)}{K}]$$

ou

$$\frac{dN}{dt} = r * N * [\frac{K - N}{K}]$$

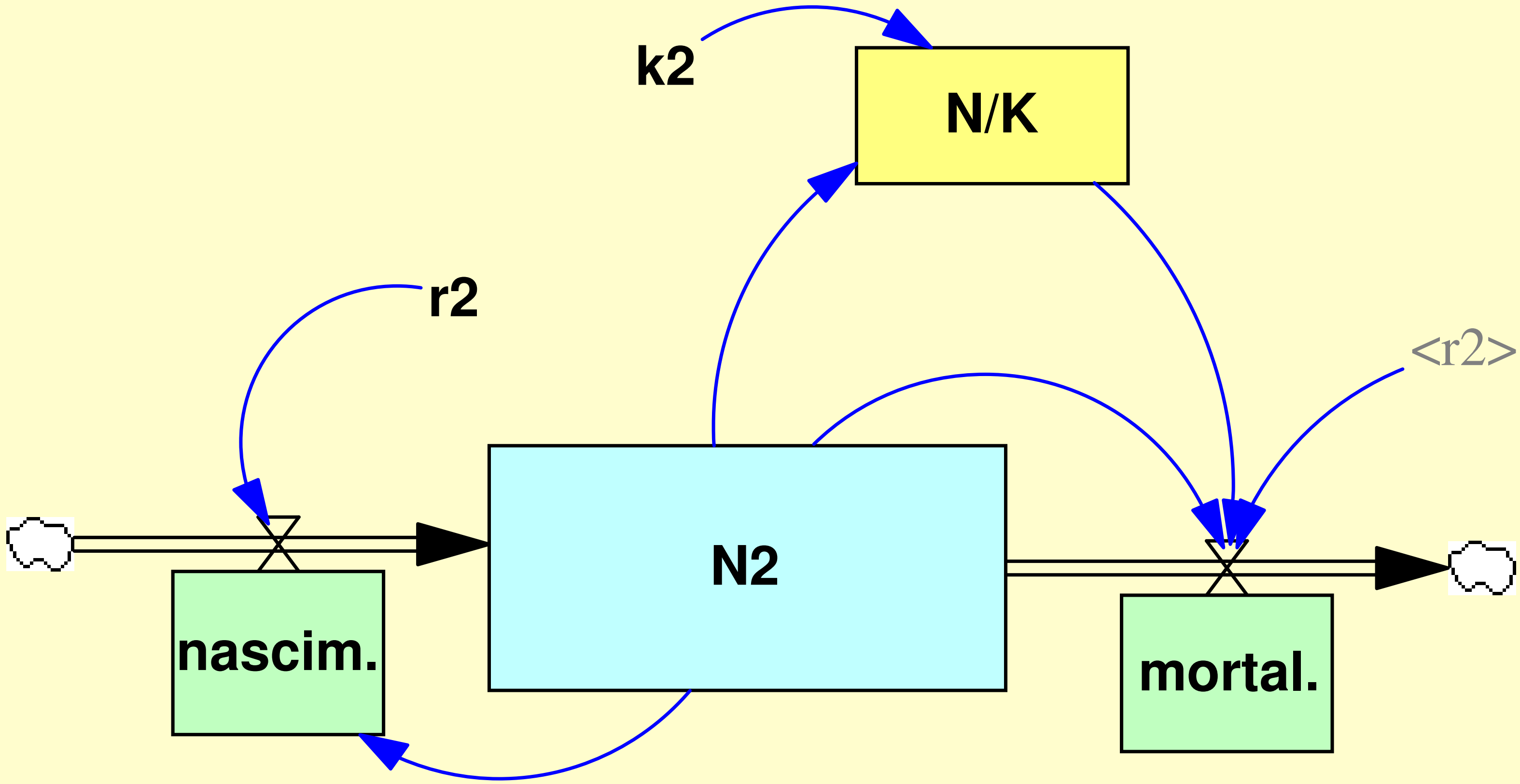
$$\frac{dN}{dt} = \frac{r * N * K}{K} - r * N * \frac{N}{K}$$

$$\frac{dN}{dt} = r * N - r * N * \frac{N}{K}$$

O efeito inibitório de 1 individuo em sua propria população é:

$$\frac{1}{K}$$

Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

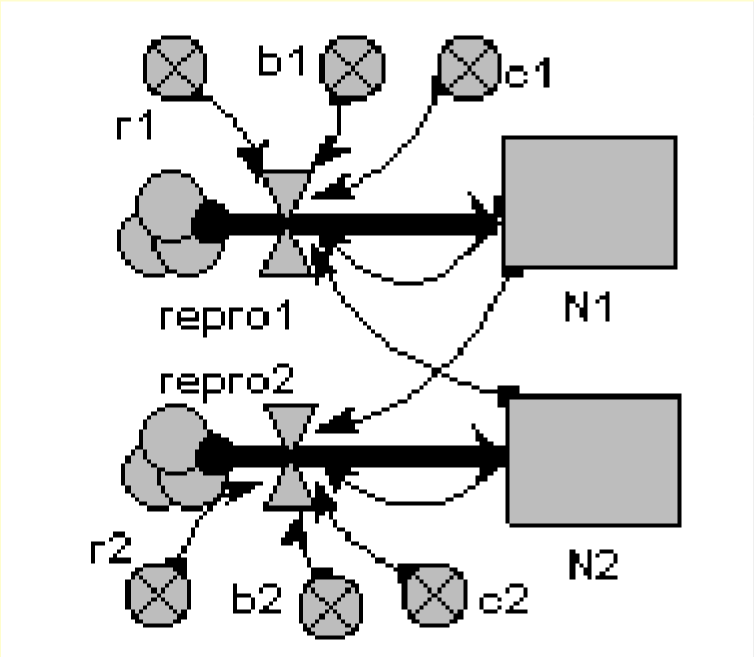


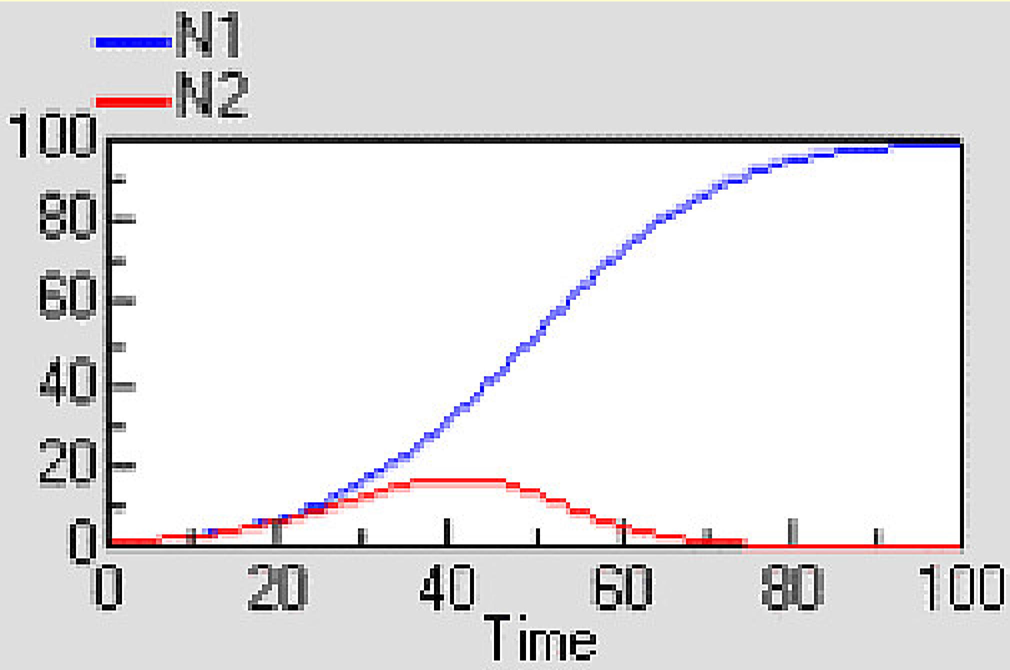
Dinamica de Sistemas

Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

Competição entre duas espécies

Cada população cresce de modo logístico na ausencia de competidores, reduzindo a taxa de crescimento conforme a população fica maior. Quando o competidor está presente o crescimento de cada população sofre uma redução adicional. O resultado depende de fatores intra e inter específicos.





Neste caso o efeito inibitorio de 1 individuo da outra população é $\frac{\alpha}{K_1}$

Onde α **é o coeficiente de competição da primeira população**

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 * N_1 - r_1 * N_1 * \left[\frac{N_1}{K_1} - \frac{\alpha * N_2}{K_1} \right]$$

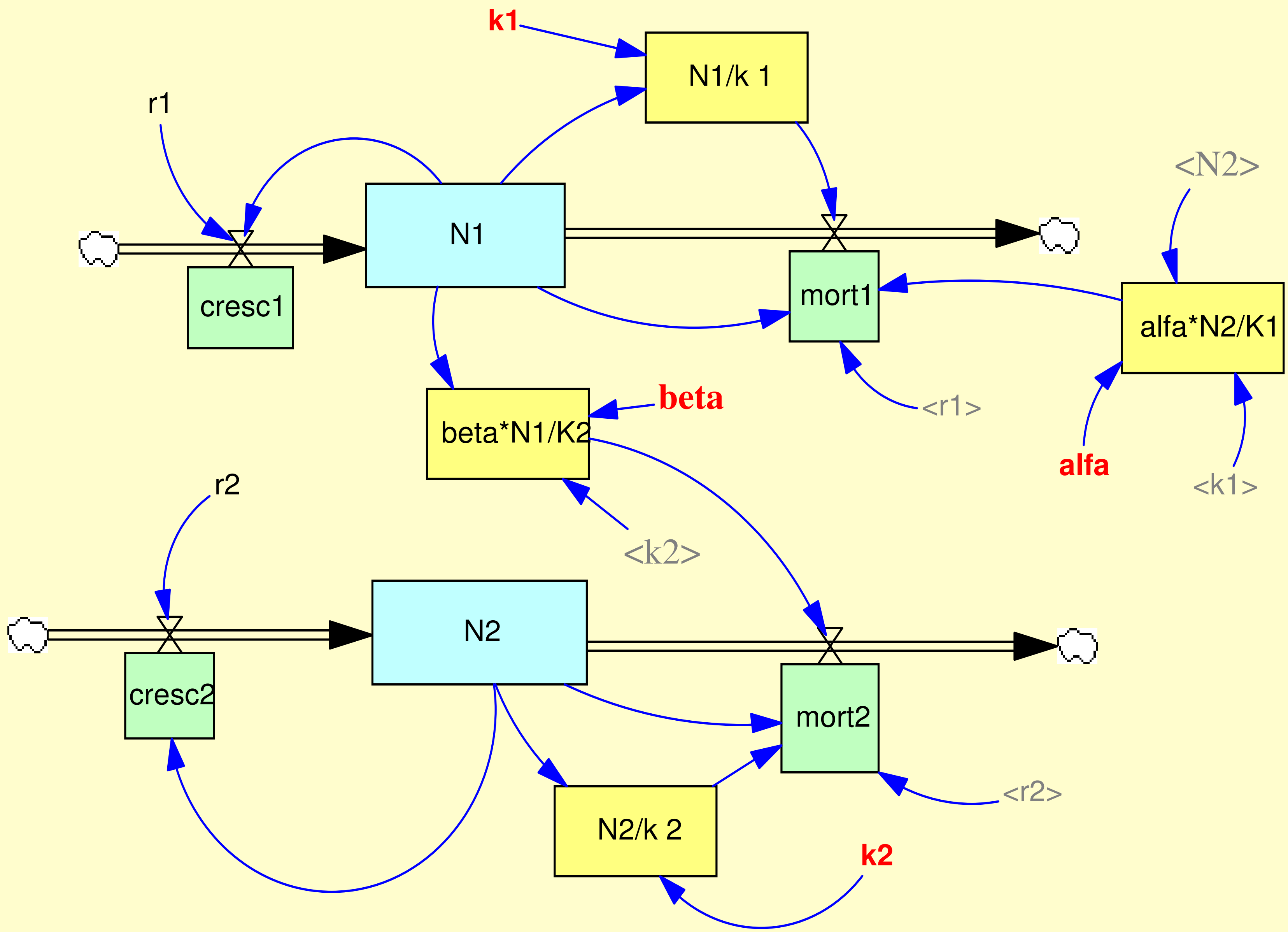
$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 * N_2 - r_2 * N_2 * \left[\frac{N_2}{K_2} - \frac{\beta * N_1}{K_2} \right]$$

Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

A competição pode produzir:

- ou N1 ou N2 sobrevive, dependendo das condições iniciais de cada especie
- as duas especies sobrevivem
- somente N1 sobrevive
- somente N2 sobrevive

Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

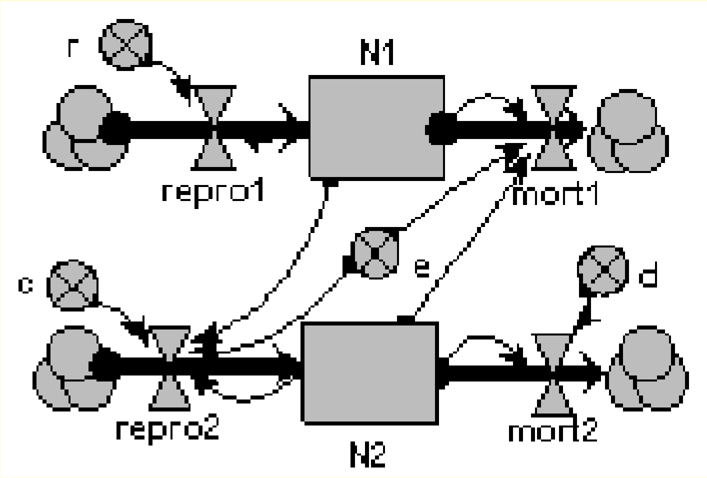


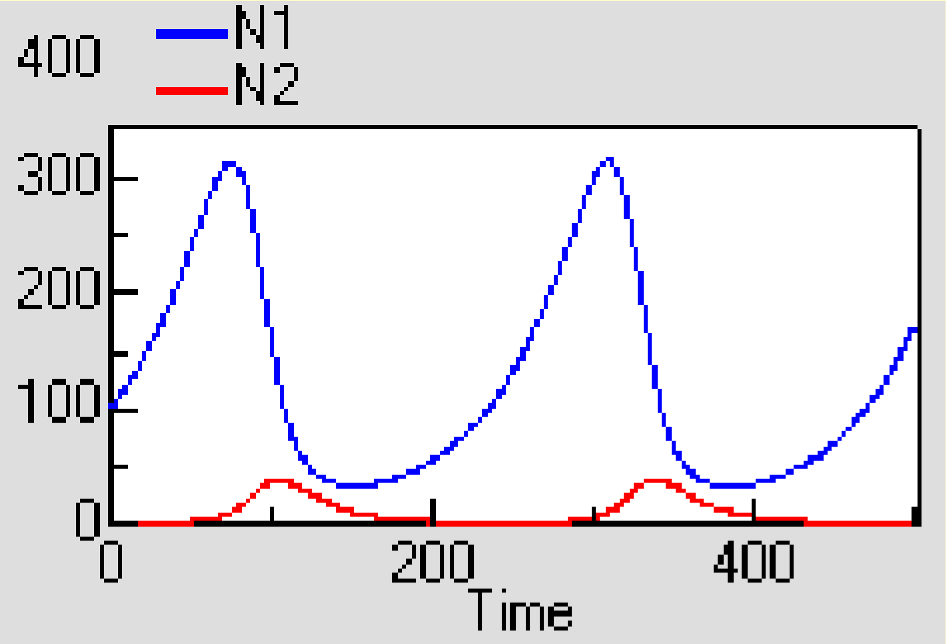
Dinamica de Sistemas

Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)

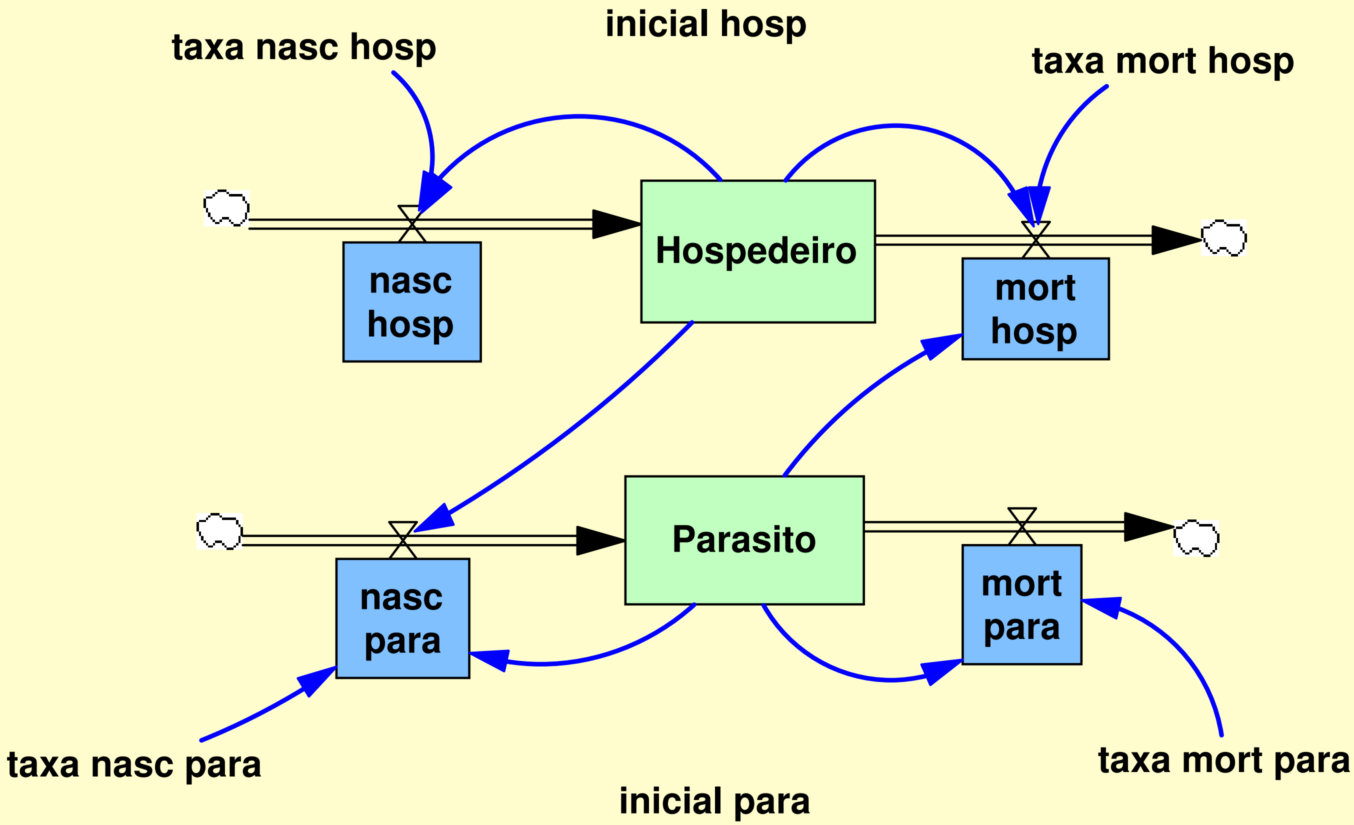
Presa-Predador

A presa (N1) cresce exponencialmente na ausencia do predador. A taxa de mortalidade da presa é proporcional ao numero de predadores. A taxa de crescimento do predador é proporcional ao numero de presas comidas pelo predator e a mortalidade do predador é proporcional ao tamanho de sua propria população.





Ricardo Sgrillo CEPEC/CEPLAC (www.sgrillo.net)



$$H_{(t+dt)} = H_{(t)} + dt * \{ a * H_{(t)} - b * H_{(t)} * P_{(t)} \}$$

$$P_{(t+dt)} = P_{(t)} + dt * \{ c * P_{(t)} * H_{(t)} - d * P_{(t)} \}$$

Avaliando o comportamento do modelo

$$H_{(t+dt)} = H_{(t)} + dt * \{ a * H_{(t)} - b * H_{(t)} * P_{(t)} \}$$

$$P_{(t+dt)} = P_{(t)} + dt * \{ c * P_{(t)} * H_{(t)} - d * P_{(t)} \}$$

As equações podem ser re-escritas:

$$H_{(t+dt)} = H_{(t)} + dt * H_{(t)} * \{ a * - b * P_{(t)} \}$$

$$P_{(t+dt)} = P_{(t)} + dt * P_{(t)} * \{ c * H_{(t)} - d \}$$

Condições de equilibrio:

$a * - b * P_{(t)} = 0$

$c * H_{(t)} - d = 0$

Ou

$P_{(t)} = a/b$

$H_{(t)} = c/d$

Na condição de equilibrio $H_{(t+dt)} = H_{(t)}$ **e** $P_{(t+dt)} = P_{(t)}$

Diagrama de fase

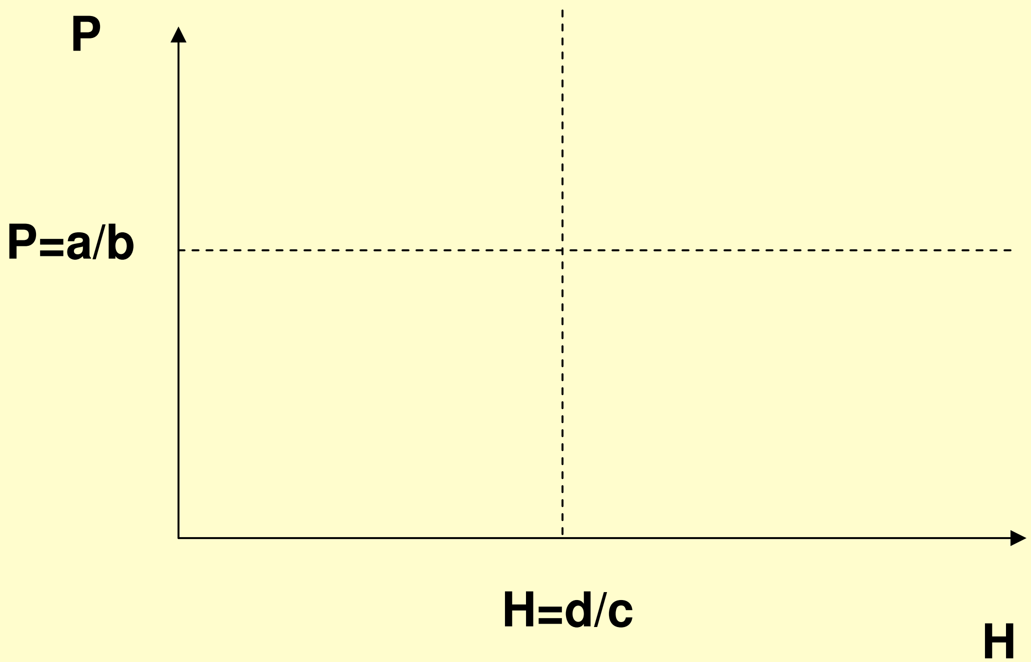
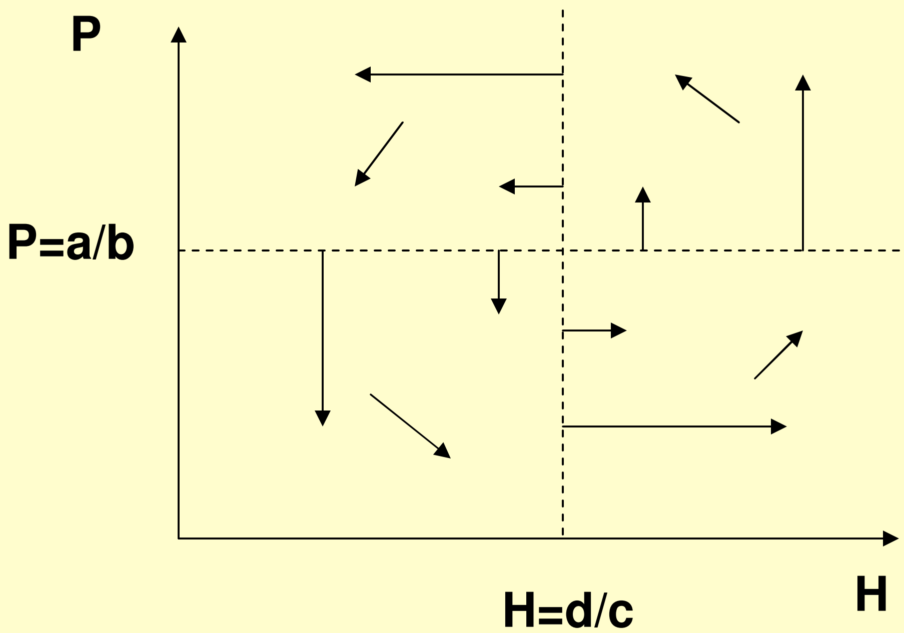


Diagrama de fase

$$H_{(t+dt)} = H_{(t)} + dt * H_{(t)} * \{ a * - b * P_{(t)} \}$$

$$P_{(t+dt)} = P_{(t)} + dt * P_{(t)} * \{ c * H_{(t)} - d \}$$



Se H < d/c => cH-d < 0 => P decresce

Se P > a/b => a-bP < 0 => H decresce

Se P < a/b => a-bP > 0 => H cresce

Se H > d/c => cH-d > 0 => P cresce

Desenvolver modelo de competição no Vensim e considerando que:

A competição pode produzir:

- **ou N1 ou N2 sobrevive, dependendo das condições iniciais de cada especie**
- **as duas especies sobrevivem**
- **somente N1 sobrevive**
- **somente N2 sobrevive**

Responder o que acontece com as populações quando:

alfa > k1/k2 e beta > k2/k1

alfa < k1/k2 e beta < k2/k1

alfa < k1/k2 e beta > k2/k1

alfa > k1/k2 e beta < k2/k1

Usar seguintes parâmetros iniciais:

Condiçao inicial N1 e N2 = 100

R1 = 0.1
K1 =1000
Alfa = 3.15

R2 =0.1
K2 =1000
Beta = 0.43